

ППМГ „АКАД. НИКОЛА ОБРЕШКОВ“
V ППМГ БУРГАС CHALLENGE

Състезание по математика, 10 юни 2023 г.

Тема за 5 клас

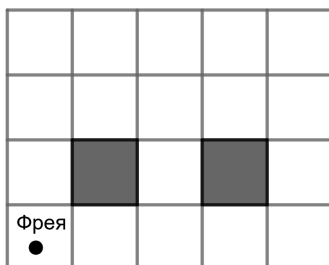
Задача 1. (6 точки) Да се реши ребусът

$$9 \cdot \text{РАМО} = \text{ОМАР} ,$$

където буквите Р и О съответстват на ненулеви цифри и на различните букви съответстват различни цифри.

Задача 2. (6 точки) В триъгълник ABC точките A_1 и B_1 са съответно върху страните BC и AC , така че $A_1B = 2 \cdot A_1C$ и $2 \cdot B_1C = 3 \cdot B_1A$. Върху отсечката A_1B_1 е избрана точка C_1 по такъв начин, че $6 \cdot A_1C_1 = 5 \cdot C_1B_1$. Колко пъти лицето на $\triangle BC_1C$ е по-голямо от лицето на $\triangle AC_1C$? Запишете отговора като несъкратима дроб.

Задача 3. (7 точки) На картинката е показана таблица 4×5 . Котката Фрея се намира в долния ляв ъгъл и иска да стигне до горния десен ъгъл за не повече от 8 секунди. За една секунда тя може да се придвижи с едно квадратче наляво, надясно, нагоре или надолу. Освен това, тя не може да минава през което и да е от двете оцветени квадратчета. По колко начина Фрея може да постигне целта си?



Задача 4. (7 точки) Да се докаже, че за всяко естествено число $n \geq 2$ са изпълнени неравенствата:

$$\text{а) } \frac{1}{n \cdot (n-1)} > \frac{1}{n \cdot n}.$$

$$\text{б) } \frac{1}{1 \cdot 1} + \frac{1}{2 \cdot 2} + \frac{1}{3 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n \cdot n} < 2.$$

$$\text{в) } \frac{1}{1 \cdot 1} + \frac{1}{2 \cdot 2} + \frac{1}{3 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n \cdot n} < \frac{17}{10}.$$

Време за работа – 4 часа и 30 минути.

Журието Ви пожелава успех!