

ППМГ „АКАД. НИКОЛА ОБРЕШКОВ“
IV ППМГ БУРГАС CHALLENGE

Състезание по математика, 22 май 2022 г.

Тема за 7-8 клас

Задача 1. (6 точки) В училище била проведена много трудна контролна по математика. Една трета от всички ученици и още 20 ученици получили двойка, една четвърт от всички ученици и още 30 получили тройка, а има поне един ученик, който е изкарал четворка. Вярно ли е, че е задължително броят на двойкаджиите да е повече от този на тройкаджиите?

Задача 2. (6 точки) Даден е успоредник $ABCD$. Точка P е вътрешна за успоредника, като е изпълнено равенството $AP = AD$. Точките M и N са съответно средите на отсечките AB и CP . Докажете, че правите DP и MN са перпендикулярни.

Задача 3. (7 точки) Стефан разполага с 2022 естествени числа $a_1, a_2, \dots, a_{2022}$. Той решил да запише върху окръжност техните квадрати a_1^2, \dots, a_{2022}^2 и забелязал, че сумата на всеки 47 последователни числа върху окръжността се дели на 47^2 . Възможно ли е някое от числата $a_1, a_2, \dots, a_{2022}$ да не се дели на 47?

Задача 4. (7 точки) Гаго разполага с редица от 100 клетки, като във всяка от тях е разположено едно камъче. Гаго може да плати 1 лев и да размени две съседни камъчета. Освен това, той може безплатно да размени две камъчета, между които има точно три други камъчета. Колко е най-малката възможна сума, която може да заплати Гаго, за да пренареди камъчетата в обратен на първоначалния ред?

Време за работа – 4.5 часа.
Успех!