

ППМГ „АКАД. НИКОЛА ОБРЕШКОВ“
IV ППМГ БУРГАС CHALLENGE

Състезание по математика, 21 май 2022 г.

Тема за 9-12 клас, първи ден

Задача 1. В таверната „Златният сандък“ са седнали няколко пирати, като някои от тях пият ром, а други – бренди. Средната възраст на пиещите бренди е 47, а средната възраст на пиещите ром е 23. Когато пиратът Едуард решава да изпие бутилката си с бренди и да си поръча бутилка ром, двете средни възрасти – тази на пиещите ром и тази на пиещите бренди – се увеличили с 2 години. Ако никой друг не е променил избора си на пиене, намерете колко пирати има в таверната.

Задача 2. Нека наричаме едно естествено число „бургаско“, ако сумата на неговите делители, включително 1, но без да броим самото число, е с 1 по-малко от самото число. Намерете всички „бургаски“ числа, които имат точна степен, която също е „бургаска“.

Задача 3. Точка M лежи на страната CD на квадрата $ABCD$. Нека точките X , Y и Z са центровете на вписаните окръжности за $\triangle AMD$, $\triangle BCM$ и $\triangle ABM$ съответно. Нека H_X , H_Y и H_Z са ортоцентровете на $\triangle AXD$, $\triangle BYC$ и $\triangle ABZ$ съответно. Докажете, че точките H_X , H_Y и H_Z лежат на една права.

Време за работа – 4.5 часа.
Успех!