

ППМГ „АКАД. НИКОЛА ОБРЕШКОВ“  
IV ППМГ БУРГАС CHALLENGE

Състезание по математика, 22 май 2022 г.

Тема за 9-12 клас, втори ден

**Задача 4.** На окръжност с обиколка 101 см са отбелязани 101 точки, като отбелязаните точки делят окръжността на равни дъги с дължина 1 см. Стефан поставил в една от тези точки монета и започнал да я мести по окръжността, като на всеки ход той мести монетата по посока на часовниковата стрелка на разстояние 6, 7, 8, 9 или 10 см (разстоянието се мери по окръжността). Освен това, Стефан няма право да приключи хода си в точка, в която вече е приключвал предишен ход. В един момент Стефан осъзнал, че е направил точно 45 хода до този момент. Докажете, че каквито и да са били тези 45 хода, той може да направи още един ход.

**Задача 5.** Даден е остроъгълен триъгълник  $ABC$  с ортоцентър  $H$ . Точката  $M$  е средата на страната  $BC$ ,  $C_1$  е петата на височината от върха  $C$  към страната  $AB$ , а  $P$  е петата на перпендикуляра от  $H$  към медианата  $AM$ . Правата  $C_1P$  пресича правата през  $C$ , която е успоредна на  $AM$ , в точката  $N$ . Докажете, че  $AN = AB$ .

**Задача 6.** Нека с  $[a, b]$  бележим най-малкото общо кратно на  $a$  и  $b$ . Естествените числа  $m$  и  $n$  са такива, че числото

$$p = \frac{[m, n]}{m+1} + \frac{[m, n]}{n+1}$$

е просто. Докажете, че  $4p + 5$  е точен квадрат на естествено число.

Време за работа – 4.5 часа.  
Успех!