
МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
СЪЮЗ НА МАТЕМАТИЦИТЕ В БЪЛГАРИЯ

ЗИМНИ МАТЕМАТИЧЕСКИ СЪСТЕЗАНИЯ

П Л Е В Е Н

1 – 3 февруари 2008 г.,

ЗИМНИ МАТЕМАТИЧЕСКИ СЪСТЕЗАНИЯ

П Л Е В Е Н

1 – 3 февруари 2008 г.,

Тема за 4 клас

Задача 1. С помощта на картички Госпожа Петрова наредила пример за събиране на числа, но Митко разменил две картички. Равенството се нарушило, както се вижда от картинката. Кои картички е разменил Митко? Какъв пример за събиране на числа е наредила Госпожа Петрова?

$$\begin{array}{r} \boxed{1} \ \boxed{5} \ \boxed{4} \ \boxed{3} \ \boxed{2} \\ + \boxed{2} \ \boxed{8} \ \boxed{4} \ \boxed{4} \ \boxed{9} \\ \hline \boxed{5} \ \boxed{3} \ \boxed{9} \ \boxed{8} \ \boxed{1} \end{array}$$

Решение: Започваме проверка, като спазваме правилото за събиране. Събираме единиците и от равенството $2+9=11$ правим извод, че картичките 2 и 9 не са от разменените. От равенството $1+3+4=8$ правим аналогичен извод и за десетиците. Проверяваме стотиците и поради факта, че $4+4=8$ и $8 \neq 9$, тук търсим възможности за размяна на картички **(1 т.)**.

Ако картичка 9 е разменена с картичка 8, то на мястото на 8 (виж хилядите във второто събираемо) трябва да стои 9. Но $5+9=14$ и числото 14 не завършва на 3. Правим извод, че това не е търсената размяна **(2 т.)**.

Ако е разменена цифрата 4 на стотиците на първото (или на второто) събираемо с цифрата 5, то може да се използва цифрата на хилядите на първото събираемо или цифрата на десетохилядите на сбора. В първия случай събирането продължава с $5+4=9$ и $4+8=12$. Понеже числото 12 не завършва на 3, правим извод, че това не е търсената размяна **(1 т.)**. Вторият случай води до желанния резултат **(1 т.)**.

За двете възможни решения се дава общо **(1 т.)**. Ако е посочен само единият пример, точката не се присъжда. Ето двете възможни решения:

$$\begin{array}{r} \boxed{1} \ \boxed{5} \ \boxed{4} \ \boxed{3} \ \boxed{2} \\ + \boxed{2} \ \boxed{8} \ \boxed{4} \ \boxed{4} \ \boxed{9} \\ \hline \boxed{5} \ \boxed{3} \ \boxed{9} \ \boxed{8} \ \boxed{1} \end{array} \qquad \begin{array}{r} \boxed{1} \ \boxed{5} \ \boxed{5} \ \boxed{3} \ \boxed{2} \\ + \boxed{2} \ \boxed{8} \ \boxed{4} \ \boxed{4} \ \boxed{9} \\ \hline \boxed{4} \ \boxed{3} \ \boxed{9} \ \boxed{8} \ \boxed{1} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \boxed{1} \ \boxed{5} \ \boxed{4} \ \boxed{3} \ \boxed{2} \\ + \boxed{2} \ \boxed{8} \ \boxed{4} \ \boxed{4} \ \boxed{9} \\ \hline \boxed{5} \ \boxed{3} \ \boxed{9} \ \boxed{8} \ \boxed{1} \end{array} \qquad \begin{array}{r} \boxed{1} \ \boxed{5} \ \boxed{4} \ \boxed{3} \ \boxed{2} \\ + \boxed{2} \ \boxed{8} \ \boxed{5} \ \boxed{4} \ \boxed{9} \\ \hline \boxed{4} \ \boxed{3} \ \boxed{9} \ \boxed{8} \ \boxed{1} \end{array}$$

Задача 2. Трима приятели Ангел, Борис и Васил посещават една и съща читалня. Читалнята не работи в събота и неделя. Ангел ходи в читалнята през ден,

Борис ходи през два дни на третия, а Васил ходи през пет дни на шестия. Тримата броят дните по календара, но когато им се падне да отидат в събота или в неделя, посещават читалнята в понеделник. Онзи ден беше четвъртък, 31 януари 2008 година и тримата приятели бяха в читалнята. През кой ден и на коя дата най-рано тримата ще са отново заедно в читалнята?

Решение: Правим график на посещенията:

Ангел: 31. I., четвъртък; 4. II., понеделник; 6. II., сряда; 8. II., петък; 11. II., понеделник; 13. II., сряда; 15. II., петък; 18. II., понеделник; 20. II., сряда; и т.н. **(1 т.)**. След 31 януари Ангел посещава библиотеката всеки понеделник, сряда и петък **(1 т.)**.

Борис: 31. I., четвъртък; 4. II., понеделник; 7. II., четвъртък; 11. II., понеделник; 14. II., четвъртък; 18. II., понеделник; 21. II., четвъртък; и т.н. След 31 януари Борис посещава библиотеката всеки понеделник и четвъртък **(1 т.)**.

Васил: 31. I., четвъртък; 6. II., сряда; 12. II., вторник; 18. II., понеделник; 25. II., понеделник; 3. III., понеделник и т.н. От 18 февруари нататък Васил посещава читалнята всеки понеделник **(1 т.)**.

Горният ред на разсъждения не е задължителен, т.е. 2 т. могат да се получат за пълен извод относно някой друг от тримата приятели.

За верен извод, че тримата приятели се срещат в читалнята най-рано в понеделник на 18 февруари **(2 т.)**.

Задача 3. Пред Иван има три купчинки камъчета. Първата купчинка е с 32 камъчета, втората е с 20, а третата купчинка е с 3 камъчета. Иван си е намислил игра с едно правило. От само една купчинка може да се прехвърлят толкова камъчета в друга купчинка, колкото камъчета има във втората купчинка. Например:

$(32;20;3) \rightarrow (12;40;3)$ или $(32;20;3) \rightarrow (29;20;6)$, или $(32;20;3) \rightarrow (32;17;6)$ са позволени действия, но $(32;20;3) \rightarrow (30;19;6)$ е ГРЕШНО действие, защото от две купчинки са взети камъчета за третата. Може ли Иван, действайки по правилото, от дадените три купчинки $(32;20;3)$ да получи две купчинки – едната с 54 камъчета, а другата с 1 камъче?

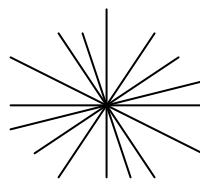
Решение: $(32;20;3) \rightarrow (12;40;3) \rightarrow (24;28;3) \rightarrow (24;25;6) \rightarrow (24;19;12) \rightarrow (24;7;24) \rightarrow (48;7;0) \rightarrow (41;14;0) \rightarrow (27;28;0) \rightarrow (54;1;0)$.

Ако е направена само една вярна операция **(1 т.)**. При няколко верни операции **(2 т.)**, като предишната точка не се присъжда.

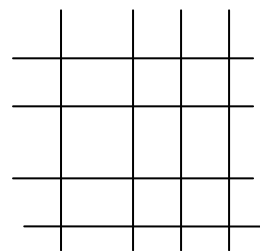
Ако са получени 27 камъчета в едната купчинка, например: $(32;20;3) \rightarrow (29;20;6) \rightarrow (29;14;12) \rightarrow (29;2;24) \rightarrow (27;4;24)$ **(2 т.)**.

За пълно решена задача **(7 т.)**.

Задача 4. Дадени са осем кибритени клечки. На **черт. 1** клечките са подредени така, че всяка пресича точно седем от останалите. На **черт. 2** клечките са подредени така, че всяка пресича точно четири от останалите. Подредете осемте клечки на три различни чертежа *A*, *B* и *C* така, че на черт. *A* всяка от осемте клечки да пресича точно шест от останалите, на черт. *B* всяка от осемте клечки да пресича точно пет от останалите и на черт. *C* всяка от осемте клечки да пресича точно три от останалите.

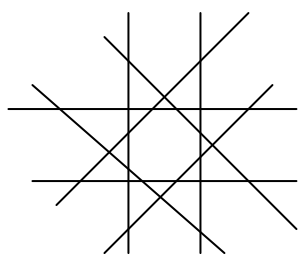


Чертеж 1

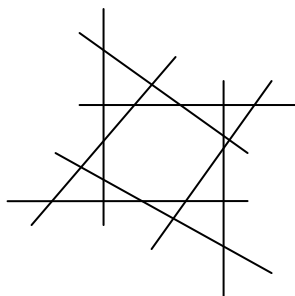


Чертеж 2

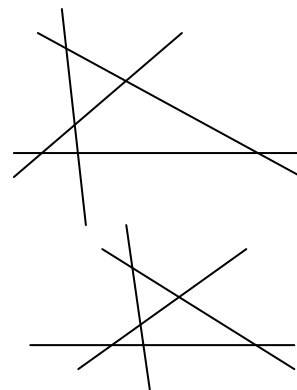
Решение:



Чертеж А



Чертеж В



Чертеж С

За един решен случай **(2 т.)**, за два – **(4 т.)**, за три решени случая **(7 т.)**.