

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

ПРОЛЕТНИ МАТЕМАТИЧЕСКИ СЪСТЕЗАНИЯ

ЗА УЧЕНИЦИ ОТ VII КЛАС

9 МАЙ 2021 ГОДИНА

7.1 Решете уравнението $|20x + 21| + 2022^2 = |-105 - 100x| + 2020^2$ и намерете сборът от корените му.

Примерно решение:

Преобразуваме и получаваме еквивалентното уравнение

$$|20x + 21| - 5|21 + 20x| = -2022^2 + 2020^2 \Leftrightarrow -4|20x + 21| = -2.4042 \Leftrightarrow |20x + 21| = 2021$$

$$|20x + 21| = 2021 \Leftrightarrow 20x + 21 = 2021 \text{ или } 20x + 21 = -2021$$

$$\text{I. } 20x + 21 = 2021 \Rightarrow x = (2021 - 21) : 20 = 100$$

$$\text{II. } 20x + 21 = -2021 \Rightarrow x = (-2021 - 21) : 20 = -102,1$$

Сборът от корените е $100 - 102,1 = -2,1$

7.2. Тошо и Гошо живеят в един и същи блок и учат в едно и също училище. Тошо изминава половината път от блока до училището със скорост 5 km/h, а другата половина със скорост 4 km/h. Гошо, изминавайки същия път, през половината от времето си се движи със скорост 5 km/h, а другата половина – със скорост 4 km/h. Намерете разстоянието от блока на Тошо и Гошо до училището, ако единият от тях го изминава за 3 секунди по-бързо от другия.

Примерно решение:

Нека означим с x времето (в часове), за което Гошо изминава разстоянието от блока до училището. Тогава пътят до училището е $S = 5 \cdot \frac{x}{2} + 4 \cdot \frac{x}{2} = 9 \cdot \frac{x}{2}$

$$\text{Времето на Тошо е } \frac{1}{4}S + \frac{1}{5}S = \frac{1}{4} \cdot 9 \cdot \frac{x}{2} + \frac{1}{5} \cdot 9 \cdot \frac{x}{2} = \frac{81}{80}x$$

$$\frac{81}{80}x - x = \frac{3}{3600} \Rightarrow x = \frac{1}{15}h, S = \frac{9}{2} \cdot \frac{1}{15} = \frac{3}{10}km = 300m$$

7.3 Даден е равнобедрен $\triangle ABC$ с ъгъл между бедрата AC и BC , равен на 20° . Върху бедрото AC е избрана точка M такава, че $CM = AB$. Намерете мярката на $\sphericalangle MBA$.

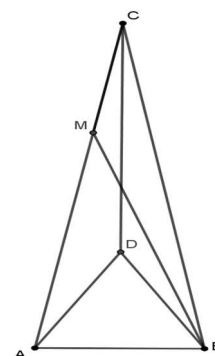
Примерно решение:

Тъй като $\triangle ABC$ е равнобедрен с ъгъл между бедрата AC и BC , равен на 20° , то ъглите при основата AB имат мярка 80° .

Построяваме равностранния $\triangle ABD$. Тогава

$$\triangle BCD \cong \triangle CBM \text{ и } \sphericalangle CBM = 10^\circ,$$

$$\sphericalangle MBA = \sphericalangle ABC - \sphericalangle CBM = 80^\circ - 10^\circ = 70^\circ$$



7.4 Намерете простите числа p , за които числото $q = 21p + 4$ е квадрат на естествено число.

Примерно решение:

Нека $21p + 4 = x^2$, $x \in \mathbb{N}$. Тогава $x^2 - 4 = 21p$, $(x - 2)(x + 2) = 1.3.7.p$.

Разглеждат се различните възможни случаи. Единственото просто число, което изпълнява условието, е $p = 17$.