# 2020г.
# Ден 1

**Задача 1.** Ако $a, b, c$ са реални неотрицателни числа докажте неравенството:

$$\frac{a^3}{a^2+ab+b^2}+\frac{b^3}{b^2+bc+c^2}+\frac{c^3}{c^2+ca+a^2}\geq\frac{a+b+c}{3}.$$

**Задача 2.** Нека $k$ с център $O$ е външновписана за триъгълника $ABC$ и допира правите $AB$ и $AC$ съответно в точките $M$ и $N$. Отсечките $MN$ и $BO$ се пресичат в точка $P$, а $MN$ и $BO$ в $Q$. Окръжностите $k_1$ и $k_2$ са описани съответно около $\triangle OMQ$ и $\triangle ONP$ и се пресичат в точките $O$ и $D$.

а) Докажете, че $D$ лежи на $k$.

б) Ако $CP$ пресича $BQ$ в точка $E$, то докажете, че дължината на $DE$ е равна на дължината на радиуса на вписаната в $\triangle ABC$ окръжност.

**Задача 3.** Нека $n < 50$ е естествено число. На дъска са написани числата $1, 2, 3, \cdots, n, 100-n, 101-n, \cdots, 99$. $A$ и $B$ играят следната игра. Редувайки се, този който е на ход или изтрие едно число или да го замени с едно по-голямо (да изтрие $x$ и да напише $x+1$). На дъската в нито един момент не може да има две еднакви числа или число по-голямо от 99. Който не може да играе според тези правила губи. Ако  е първи и двамата играчи играят оптимално, кой ще спечели?

**Задача 4.** Ще боядисаме в жълто всички точки на оста на реалните числа, които могат да бъдат представени чрез $89x + 98y$ за някои естествени $x$ и $y$, а всички останали числа ще боядисаме в синьо. Има ли точка на оста на реалните числа, за която всички симетрични на нея точки са в различен от нея цвят?