

2020г.
Ден 2

Задача 5. Ако a, b, c са реални неотрицателни числа такива, че поне 2 от тях са положителни, то намерете максималните и минималните стойности (ако те съществуват) на израза:

$$\sqrt{\frac{a(b+c)}{b^2+c^2}} + \sqrt{\frac{b(c+a)}{c^2+a^2}} + \sqrt{\frac{c(a+b)}{a^2+b^2}}.$$

Задача 6. Нека $\triangle ABC$ остроъгълен и има ортоцентър H . Ъглоповящите на ъглите CAH и CBH се пресичат в точка Q . Средите на AB и CH са съответно M и N

- а) Докажете, че Q лежи на отсечката MN .
- б) Ако точката Q е средата на MN , то намерете $\angle ACB$.

Задача 7. Решете уравнението $x^3(y+1) + y^3(x+1) = 43$ за цели числа.

Задача 8. Имаме n -ъгълник с периметър 2020 и всички страни с дължина цели числа. На всеки връх на n -ъгълника пишем остатъка от делението на страните, до които той се докосва (по-голямата върху по-малката). Намерете най-голямото n такова, че сумата на числата написани върху върховете на n -ъгълника да е 1320.