

# Министерство на образованието и науката

## Съюз на математиците в България

### Второ контролно за определяне на националния отбор за МБОМ 2023

13 май 2023 г.

**Задача 5.** Да се намерят всички реални числа  $x$ ,  $y$  и  $z$ , такива че  $x^4 + y^3z = zx$ ,  $y^4 + z^3x = xy$  и  $z^4 + x^3y = yz$ .

**Задача 6.** Да се намери най-малкото естествено число  $n \geq 2$ , за което  $mn$  дели  $m^{2023} + n^{2023} + n$  за поне едно естествено число  $m$ .

**Задача 7.** Има много кутии; в една от тях има  $n$  топчета, а останалите са празни. Има и бял лист. На всеки ход се пресипват част от топчетата от някоя непразна кутия в някоя празна и на листа се записва произведението на бройките топчета в тези две кутии след пресипването. След няколко хода сборът от числата на листа станал 2023. Намерете най-малкото възможно  $n$ .

**Задача 8.** Даден е остроъгълен неравностранен триъгълник  $ABC$  с ортоцентър  $H$ , височина  $CD$  ( $D \in AB$ ) и описана окръжност  $k$ . Окръжността  $\omega$  с диаметър  $CH$  пресича  $k$  за втори път в точката  $P$ . Правите  $AP$  и  $BP$  пресичат  $\omega$  за втори път в точките  $K$  и  $L$ , а правите  $DK$  и  $DL$  пресичат  $\omega$  за втори път в точките  $S$  и  $T$ . Да се докаже, че  $KL = ST$ .

*Време за работа: 4 часа и 30 минути  
Успех!*