Математически турнир „Иван Салабашев“, 2023 г.
Решения на задачите от темата за 4. клас

1. Записах две нечетни двуцифрени числа. Всяко от тях има сбор на цифрите 9. Коя е най-голямата възможна разлика на двете числа?

А) 18 **Б)** 36 **В)** 54 **Г)** 72

Отговор: В). $81 - 27 = 54$.

2. На колко е равно неизвестното число x от равенството $2023 - 3.x = 202.3 + 2.23$?

А) 457 **Б)** 652 **В)** 891 **Г)** 1371

Отговор: А). От $2023 - 3.x = 652$ получаваме $3.x = 1371$ и $x = 457$.

3. За всяко естествено число n с $n^{\#}$ ще означаваме числото, равно на сбора на цифрите му, а с n^{*} – числото, равно на произведението на цифрите му. На колко е равно $(123456789^{\#})^{*}$?

А) 9 **Б)** 20 **В)** 27 **Г)** 45

Отговор: Б). $(123456789^{\#})^{*} = 45^{*} = 20$.

4. Обиколката на равнобедрен триъгълник с основа 56 мм е 406 мм. На колко дециметра е равна обиколката на квадрат със страна, равна на бедрото на триъгълника?

А) 7 **Б)** 70 **В)** 700 **Г)** 7000

Отговор: А). Бедрото на триъгълника е $(406-56) : 2 = 175$ мм, така че обиколката на квадрата е $4.175 = 700$ мм, което са 7 дм.

5. Учениците в едно училище са 1248. На училищния празник третината от тях участвали в спортните турнири, четвъртина от останалите организирали благотворителен базар. Точно тези, които не се включили в споменатите мероприятия, приготвили тържествен концерт. Колко са учениците, подготвили концерта?

А) 104 **Б)** 312 **В)** 520 **Г)** 624

Отговор: Г). $1248 - 1248 : 3 = 832$; $832 - 832 : 4 = 624$.

6. Равностранен триъгълник и квадрат имат равни обиколки. Ако страната на квадрата е с 28 см по-малка от страната на триъгълника, то страната на триъгълника е:

А) 56 см **Б)** 84 см **В)** 112 см **Г)** 156 см

Отговор: В). Ако страната на квадрата е x см, то страната на триъгълника е $x + 28$ см и $4.x = 3.x + 3.28$. Оттук $x = 84$ и страната на триъгълника е $84 + 28 = 112$ см.

7. Едно четирицифрено число ще наричаме „приказно“, ако се записва с четири различни цифри, сред които две имат разлика 6, а другите две – разлика 8. На колко е равна най-голямата възможна разлика на две приказни числа?

А) 8734 **Б)** 8752 **В)** 8761 **Г)** 8863

Отговор: В). $9830 - 1069 = 8761$.

8. Всички трицифрени числа са записани на карти (по едно на карта). Колко най-малко карти трябва да избера, без да гледам, за да е сигурно, че сред цифрите върху тях ще има поне една нечетна?

А) 65 **Б)** 81 **В)** 101 **Г)** 126

Отговор: В). В най-лошия случай ще се появят първо картите с три четни цифри; броят на тези карти е $4.5.5 = 100$. Ако извадя 101 карти, успехът е гарантиран.

9. В празен кашон поставили един след друг 9 грейпфрута. Най-лек от тях бил първият, а всеки следващ тежал с 12 г повече от предходния. Кашонът отначало тежал колкото средния грейпфрут, а накрая – 3 кг 180 г. Най-тежкият от грейпфрутите е тежал:

А) 270 г **Б)** 318 г **В)** 366 г **Г)** 390 г

Отговор: В). Ако най-лекият грейпфрут тежи x г, останалите тежат съответно $x+12$ г, $x+24$ г, ..., $x+96$ г, а празен кашон тежи $x+48$ г. Така $10.x+480=3180$, $x=270$ и най-тежкият грейпфрут тежи $270+96=366$ г.

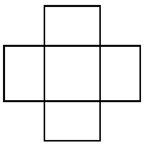
10. В деветте полѐта на таблица 3×3 са записани естествени числа. Сборът на всеки две числа, намиращи се в един ред, е с 6 по-голям от някое число от този ред. Сборът на всеки две числа, намиращи се в един стълб, е с 6 по-голям от някое число от този стълб. Колко пъти най-малко може да се среща в таблицата числото 6?

А) 1 **Б)** 3 **В)** 6 **Г)** 9

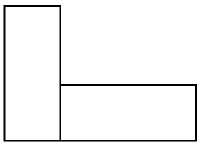
Отговор: Б). Ако на някой ред има две числа, по-големи от 6, то сборът на двете най-големи такива е по-голям от всяко число от реда с повече от 6, което нарушава правилото. Следователно на всеки ред има най-много едно число, по-голямо от 6. По подобни причини на реда не може да има повече от едно число, по-малко от 6. Следователно на всеки ред има поне едно число, равно на 6. Така търсеният брой е поне 3; той може да е точно толкова, както сочи долният пример, понеже $5+6=5+6$, $5+7=6+6$ и $6+7=7+6$:

5	6	7
6	7	5
7	5	6

11. Разполагаме с два еднакви правоъгълника. Ако ги застъпим като на чертеж 1, така че общата им част да е квадрат, получаваме фигура с обиколка 308 мм. Ако ги долепим като на чертеж 2, получаваме фигура с обиколка 364 мм. Колко милиметра е обиколката на един от тези правоъгълници?



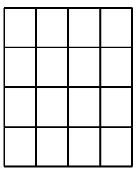
чертеж 1



чертеж 2

Отговор: 210. Всички пресмятания са в милиметри. Ако широчината и дължината на един правоъгълник са съответно x и y, то $4.y=308$, откъдето $y=77$, а $4.y+2.x=364$, така че $x=28$. Отговор: $2.77+2.28=210$.

12. Колко най-много от 16-те полѐта от показаната таблица 4×4 могат да бъдат оцветени, така че във всеки квадрат 3×3 да има не повече от пет оцветени полѐта?



Отговор: 12. В горния ляв квадрат 3×3 има не повече от пет оцветени, така че дори да оцветим всички останали, ще има общо най-много $5+7=12$ оцветени. Те може да са точно 12, ако оцветим всички „външни“полета (опиращите на страна на квадрата 4×4).

13. Асен има общо 201 лв. в двата си джоба. Той прехвърлил 25 лв. от десния в левия си джоб. След това си купил сладкиши за 12 лв., третинка от които взел от левия си джоб, а останалите

– от десния. Асен разделил парите, останали в левия му джоб, на три равни части. Едната дал на сестра си, другата – на братовчед си, а третата върнал в левия си джоб. След това разделил и парите в десния си джоб на три равни части. С едната си купил тениска, с другата си купил книга, а третата върнал в десния си джоб. Така вече в левия джоб на Асен имало с 3 лв. повече, отколкото в десния. Колко лева е имал Асен в десния си джоб отначало?

Отговор: 123. Общата сума на Асен в края е $(201 - 12) : 3 = 63$ лв., така че ако накрая в десния му джоб е имало x лв., в левия са били $x + 3$ лв. и $2.x + 3 = 63$, т.е. $x = 30$. За левовете в десния джоб отзад-напред получаваме $30.3 = 90$, $90 + 8 = 98$, $98 + 25 = 123$.

14. Числата от 1 до 8 са записани в този ред. По колко начина можем да оцветим две от тях в синьо, две в зелено, две в жълто и две в червено, така че сред всеки 3 поредни числа да има синьо, сред всеки 4 поредни да има зелено, сред всеки 5 поредни – жълто и сред всеки 6 поредни – червено?

Отговор: 8. Сини трябва да са 3 и 6. Сега трябва да има зелено в първата половина и във втората половина от числата, като поне едно от тях трябва да е 4 или 5. Ако зелени са 4 и 5, то 2 и 7 трябва да са жълти, но тогава сред числата от 2 до 7 няма червено: абсурд. Ако зелени са 4 и 7, то 5 е жълто, 2 и 8 са червени и 1 е жълто. Ако зелени са 4 и 8, а 5 е жълто, то 7 е червено и 1, 2 са жълто и червено (2 варианта за реда). Ако зелени са 4 и 8, а 5 е червено, то 2 и 7 са жълти и 1 е червено. Аналогично се изследват случаите, в които зелени са 5 и някое сред 2, 1, като и тук има $1 + 2 + 1 = 4$ варианта. Отговор: $4 + 4 = 8$.

15. Ще наричаме едно трицифрено число „плавно“, ако всеки две съседни цифри в числото имат разлика 1. Колко от плавните числа са нечетни?

Отговор: 17. Цифрата на десетиците трябва да е четна. Ако тя е 0, има по един избор за околните цифри (1). Ако тя е някоя от другите 4 четни цифри, то за околните цифри има по 2 избора (по-големи или по-малки с 1). Отговор: $1 + 4.2.2 = 17$.

Задачите от темата за четвърти клас са предложени от Ивайло Кортезов и Мария Томова