

## Есенен математически турнир ”Академик Стефан Додунеков”

София, 15-17 ноември 2024 г.

### Шести клас

**Задача 1.** В аквариум с форма на правоъгълен паралелепипед имало определено количество вода. При почистване източили 40% от водата. След това добавили филтрирана вода, при което увеличили с 40% количеството вода, останало след източването. Накрая в аквариума имало 2,1 литра вода.

- Колко литра вода имало в аквариума отначало?
- Широчината на дъното на аквариума е 20 cm и е с 20% по-малка от неговата дължина. Околната повърхнина на аквариума е  $7,2 \text{ dm}^2$ . Колко процента от обема на аквариума са били запълнени с вода отначало?

**Задача 2.** За дадени числа  $a, b, c, d$  означаваме  $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = a \cdot d - b \cdot c$ .

Например,  $\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -4 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-4) - (-2) \cdot 3 = 2$ .

- Пресметнете сбора

$$S = \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ -3 & 2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -4 & 3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -5 & 4 \end{vmatrix} + \dots + \begin{vmatrix} 43 & -44 \\ -46 & 45 \end{vmatrix}$$

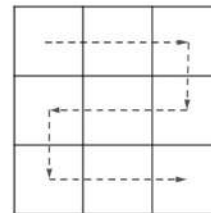
- Намерете числото  $X$  в равенството

$$\begin{vmatrix} X & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} & -1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} X & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{4} & 2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} X & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{5} & -3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} X & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{6} & 4 \end{vmatrix} + \dots + \begin{vmatrix} X & \frac{1}{23} \\ \frac{1}{24} & 22 \end{vmatrix} = \frac{11}{12}.$$

**Задача 3.** Даден е триъгълник  $ABC$ . На страната  $AB$  е отбелязана точка  $M$  така, че  $AM = \frac{1}{2}AB$ ; на страната  $AC$  е отбелязана точка  $K$  така, че  $AK = \frac{1}{3}AC$ ; на страната  $BC$  е отбелязана точка  $L$  така, че  $BL = \frac{1}{4}BC$ . Отсечките  $KL$  и  $CM$  се пресичат в точка  $O$  и лицето на четириъгълника  $AMOK$  е  $36 \text{ cm}^2$ .

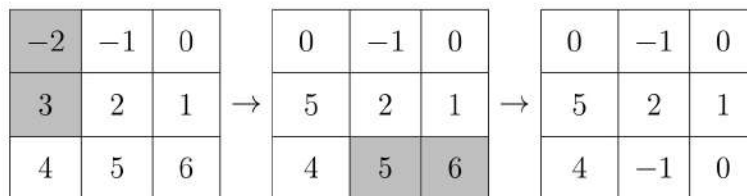
Намерете лицето на триъгълника  $COL$  и лицето на триъгълника  $ABC$ .

**Задача 4. Серпентина** ще наричаме квадратна таблица  $n \times n$ , в която са записани последователни цели числа по следния начин: най-малкото от числата е в горния ляв ъгъл; в първия ред числата нарастват отляво надясно; в последното поле от реда се прави завой към полето под него; във втория ред числата нарастват отляво наляво и т.н. (Стрелките на фиг. 1 показват реда на попълване на последователните числа в серпентина  $3 \times 3$ .)



Фиг. 1

При всеки ход се избират две съседни полета в таблицата (т.е. полета с обща страна) и към числата в тях се прибавя едно и също число. На фиг. 2 са показани два поредни хода в таблица  $3 \times 3$ : при първия ход към числата в сивите квадратчета се прибавя 2, а при втория ход към избраните квадратчета се прибавя  $(-6)$ .



Фиг. 2

Една серпентина наричаме **особена**, ако след няколко хода от нея може да се получи таблица, във всички полета на която е записана 0.

- а) Намерете всички особени серпентини при  $n = 5$ .
- б) Съществува ли особена серпентина при  $n = 10$ ?